Equations du mouvement

Portons ces expressions de Q_x et Q_y. dans la troisième équation (2) d'équilibre des forces ; on obtient l'équation du mouvement :

$$D\cdot\Delta(\Delta w)+D'\cdot\frac{\partial}{\partial t}\cdot\Delta(\Delta w)=p_z-h\rho\left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\Gamma_{ez}\right)+\rho\frac{h^3}{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\Delta w)-\rho\,\mathrm{rot}_z\left(\mathfrak{M}_e+\mathfrak{M}_c\right) \qquad (10)$$

Remarques :

1) Nous avons vu au § 9 du chapitre VIII que les contraintes visqueuses s'exprimaient en fonction des vitesses de déformation comme les contraintes élastiques en fonction des déformations, au moyen de deux coefficients. Nous avons introduit les coefficients E′ et G′ puis λ′ et μ′ ; les coefficients ν′ et D′ sont définis par les formules :

$$G'=\frac{E'}{2(1+\nu')} \qquad \text{et} \qquad D'=\frac{E'h^3}{12(1-\nu'^2)}$$

2) L'équation du mouvement (10) que nous venons d'établir est assez complexe car très générale : elle permet de tenir compte :

- de l'amortissement interne, par le terme $D'\cdot\frac{\partial}{\partial t}\cdot\Delta(\Delta w)$
- des forces de chargement, par le terme p_z
- des forces d'inertie d'entraînement, par les termes $-h\rho\Gamma_{ez}$ et $-\rho\,\mathrm{rot}_z\mathfrak{M}_e$ et de Coriolis par le terme $-\rho\,\mathrm{rot}_z\mathfrak{M}_c$
- de l'inertie de rotation des fibres, par le terme $\rho\frac{h^3}{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\Delta w)$.

Dans la majorité des problèmes, plusieurs de ces termes sont nuls. En particulier, les termes liés aux inerties de rotation des fibres : $\rho\frac{h^3}{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\Delta w)$ et $\rho\,\mathrm{rot}_z\left(\mathfrak{M}_e+\mathfrak{M}_c\right)$ sont tout à fait négligeables devant $-h\rho\left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\Gamma_{ez}\right)$, lié aux inerties de translation.

3) L'intégration de l'équation du mouvement donne la flèche w (x, y, t) ; les formules (5), (6), (7), (8), (9) permettent d'en déduire les autres paramètres du problème. Les constantes d'intégration sont déterminées à l'aide des conditions aux limites, des conditions de liaison et des conditions initiales.